电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基础

- 概述
- 逻辑代数中的三种基本运算
- 逻辑代数的基本公式和常用公式
- 逻辑代数的基本定理
- 逻辑函数及其表示方法
- 逻辑函数的化简方法
- 具有无关项的逻辑函数及其化简

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

布尔代数

布尔代数基本规律

如何判断两个逻辑函数相等：

设有两个函数 $F_1=f_1(A_1, A_2, \ldots A_n)$

$F_2=f_2(A_1, A_2, \ldots A_n)$

如果对应于$A_1, A_2, \ldots A_n$的任何一组取值(2^n)，F_1和F_2的值都相等，则称$F_1= F_2$，或者F_1和F_2有相同的真值表

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基本规律

逻辑函数运算的优先级规定：

“非” “括号” “与” “或”

高 → 低

例如：证明

$F_1=ABC+\bar{A}C$ 与 $F_2=C(\bar{A}+B)$ 相等

$\therefore F_1= F_2$

真值表

A B C	F_1	F_2
0 0 0	0	0
0 0 1	1	1
0 1 0	0	0
0 1 1	1	1
1 0 0	0	0
1 0 1	0	0
1 1 0	0	0
1 1 1	1	1

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基本规律

基本定律	$A+0=A$ $A+1=1$ $A+A=A$ $A+\bar{A}=1$	$A\cdot 0=0$ $A\cdot 1=A$ $A\cdot A=A$ $A\cdot\bar{A}=0$	$\bar{\bar{A}}=A$
结合律	$(A+B)+C=A+(B+C)$	$(AB)C=A(BC)$	
交换律	$A+B=B+A$	$AB=BA$	
分配律	$A(B+C)=AB+AC$	$A+BC=(A+B)(A+C)$	
摩根定律	$\overline{A\cdot B\cdot C\cdots}=\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}+\cdots$	$\overline{A+B+C+\cdots}=\bar{A}\cdot\bar{B}\cdot\bar{C}\cdots$	
吸收律	$A+A\cdot B=A$ $A\cdot(A+B)=A$ $A+\bar{A}\cdot B=A+B$ $A\cdot(\bar{A}+B)=A\cdot B$		

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基本规律

包含律：

$AB+\bar{A}C+BC=AB+\bar{A}C$

$(A+B)(\bar{A}+C)(B+C)=(A+B)(\bar{A}+C)$

证明：$AB+\bar{A}C+BC= AB+\bar{A}C+(A+\bar{A})BC$

$= AB+\bar{A}C+ABC+\bar{A}BC = AB+\bar{A}C$

推广：

$AB+\bar{A}C+BCFE\ldots XY=AB+\bar{A}C$

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基本公式

序号	公式	序号	公式
		10	$1'=0;\quad 0'=1$
1	$0\,A=0$	11	$1+A=1$
2	$1\,A=A$	12	$0+A=A$
3	$A\,A=A$	13	$A+A=A$
4	$A\,A'=0$	14	$A+A'=1$
5	$A\,B=B\,A$	15	$A+B=B+A$
6	$A\,(B\,C)=(A\,B)\,C$	16	$A+(B+C)=(A+B)+C$
7	$A\,(B+C)=A\,B+A\,C$	17	$A+B\,C=(A+B)(A+C)$
8	$(A\,B)'=A'+B'$	18	$(A+B)'=A'\,B'$
9	$(A')'=A$		

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基本公式

序 号	公 式
21	$A + AB = A$
22	$A + A'B = A + B$
23	$AB + AB' = A$
24	$A(A + B) = A$
25	$AB + A'C + BC = AB + A'C$ $AB + A'C + BCD = AB + A'C$
26	$A(AB)' = AB'$; $A'(AB)' = A'$

合肥工业大学

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基础

- 概述
- 逻辑代数中的三种基本运算
- 逻辑代数的基本公式和常用公式
- 逻辑代数的基本定理
- 逻辑函数及其表示方法
- 逻辑函数的化简方法
- 具有无关项的逻辑函数及其化简

合肥工业大学

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数运算的基本定理

1. 代入定理

任何一个含有变量A的等式，如果将所有出现A的位置，都代之以一个逻辑函数F，此等式仍然成立。

例如：吸收律： $A+AB=A$ B代入XYW $A+AXYW=A$

$ABC+\bar{A}C=C(\bar{A}+B)$ 将函数F=A+B代入C

$AB(A+B)+\bar{A}(A+B)=(A+B)(\bar{A}+B)$

$AB+\bar{A}B=B+0$

$B\cdot 1=B$

$B=B$

合肥工业大学

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数运算的基本定理

2. 反演定理

已知 $F \xrightarrow{\text{求}} \bar{F}$

“$\bullet$” $\longrightarrow$ “$+$”

“$+$” $\longrightarrow$ “$\bullet$”

“0” $\longrightarrow$ “1”

“1” $\longrightarrow$ “0”

变量 $\xrightarrow{\text{取反}}$ 变量

注意：
运算符号的优先顺序

$F=AB+CD \Rightarrow \begin{cases} \cancel{\bar{F}=\bar{A}+\bar{B}\bullet\bar{C}+\bar{D}} \\ \bar{F}=(\bar{A}+\bar{B})\bullet(\bar{C}+\bar{D}) \end{cases}$

合肥工业大学

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数运算的基本定理

例如： $F=B[(A+C\bar{D})+\bar{E}]$ $\bar{F}=\bar{B}+\bar{A}(\bar{C}+D)E$

证明： $\bar{F}=\overline{B[(A+C\bar{D})+\bar{E}]}$

$=\bar{B}+\overline{(A+C\bar{D})+\bar{E}}$

$=\bar{B}+\overline{(A+C\bar{D})}\,\bar{\bar{E}}$

$=\bar{B}+\bar{A}\overline{C\bar{D}}E$ $=\bar{B}+\bar{A}(\bar{C}+\bar{\bar{D}})E$

$=\bar{B}+\bar{A}(\bar{C}+D)E$

合肥工业大学

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

习 题

P59-60 题2.5、2.6、2.8

合肥工业大学

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基础

- 概述
- 逻辑代数中的三种基本运算
- 逻辑代数的基本公式和常用公式
- 逻辑代数的基本定理
- 逻辑函数及其表示方法
- 逻辑函数的化简方法
- 具有无关项的逻辑函数及其化简

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑函数的表示方法

常用的表示方法：

- 布尔代数方法
- 真值表法
- 立方体
- 逻辑图法
- 卡诺图法
- 波形图法
- 点阵图法
- 硬件描述语言表法

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

逻辑代数基础

- 概述
- 逻辑代数中的三种基本运算
- 逻辑代数的基本公式和常用公式
- 逻辑代数的基本定理
- 逻辑函数及其表示方法
- 逻辑函数的化简方法
- 具有无关项的逻辑函数及其化简

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

利用逻辑代数化简逻辑函数

- “与-或”式及“或-与”式

例如：$f(A,B,C)=\overline{A}BC+BC+AB\overline{C}$

“与-或”式：与项的逻辑或构成的逻辑函数

例如：$f(A,B,C)=(A+B+C)(B+\overline{C})(\overline{A}+\overline{B}+C)$

“或-与”式：或项的逻辑与构成的逻辑函数

这两种形式是逻辑函数最常用形式

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

利用逻辑代数化简逻辑函数

- 目的：减少实现指定逻辑函数的成本
- 成本的度量和其它考虑
  - 门的数量
  - 电路级的数量(时延)
  - 门的扇入和扇出
  - 互连结构的复杂性
  - 避免冒险
  - 引线数最少