第一章 数制和码制

梁华国
电子科学与技术系
http://dwxy.hfut.edu.cn/

第一章 数制和码制

- 不同数制间的转换
- 几种常用的数制
- 二进制算数运算
  1. 二进制正负数的表示法
  2. 二进制算数运算的特点
  3. 反码、补码和补码运算
- 几种常用的编码

不同数制间的转换

- 进位计数制

就是一种按进位方式实现计数的制度，简称进位制。

a. 十进计数制

数字符号：0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9；“.”

进位规则：“逢十进一”

例如：234.6　百位2代表200，十位3代表30，个位4代表4，小数点后为十分位6代表6/10

$234.6=2\times10^2+3\times10^1+4\times10^0+6\times10^{-1}$

位置记数法/并列表示法　　多项式表示法/按权展开式

不同数制间的转换

任何一个十进制数N的两种表示方法：

1. 位置记数法：

$(N)_{10} = (k_{n-1}k_{n-2}\ldots k_1k_0.k_{-1}k_{-2}\ldots k_{-m})_{10}$

n - 表示整数位数　　m - 表示小数位数

$K_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$　$0\le K_i \le 9$

2. 多项式记数法：

$(N)_{10}=k_{n-1}10^{n-1}+\ldots+k_0 10^0+k_{-1}10^{-1}+\ldots+k_{-m}10^{-m}$

$= \sum_{i=-m}^{n-1} k_i 10^i$ → 权值

不同数制间的转换

b. 任意的R进制数

位置记数法：

$(N)_R = (k_{n-1}k_{n-2}\ldots k_1k_0.k_{-1}k_{-2}\ldots k_{-m})_R$

多项式记数法：

$(N)_R =k_{n-1}10^{n-1}+\ldots+k_0 10^0+k_{-1}10^{-1}+\ldots+k_{-m}10^{-m}$

$= \sum_{i=-m}^{n-1} k_i 10^i$　　R - 基数　　$0\le k_i \le R-1$

几种常用的数制

例如：基数 $R=(2)_{10}=(10)_2$ $R=(16)_{10}=(10)_{16}$

R=10	*R*=2	*R*=3	*R*=4	*R*=8	*R*=16
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	10	2	2	2	2
3	11	10	3	3	3
4	100	11	10	4	4
5	101	12	11	5	5
6	110	20	12	6	6
7	111	21	13	7	7
8	1000	22	20	10	8
9	1001	100	21	11	9
10	1010	101	22	12	A
11	1011	102	23	13	B
12	1100	110	30	14	C
13	1101	111	31	15	D
14	1110	112	32	16	E
15	1111	120	33	17	F
16	10000	121	100	20	10
17	10001	122	101	21	11

$(14)_{10}=(1110)_2=(112)_3=(32)_4=(E)_{16}$

电子科学与应用物理学院 School of Electronic Science & Applied Physics

不同数制间的转换

一个数从一种进位计数制表示法转换成另一种进位计数制表示法，即

$(N)_\alpha \longrightarrow (N)_\beta$
- 多项式替代法
- 基数乘除法

多项式替代法：

将被转换α进制数以多项式形式展开，把其所有数字符号和10基数都一一用β进制对应的符号替代，然后在β进制下计算结果。

例1：

$(101010.1)_2=(1\times10^5+0\times10^4+1\times10^3+0\times10^2+1\times10^1+0\times10^0+1\times10^{-1})_2$

$= (1\times2^5+0\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+0\times2^0+1\times2^{-1})_{10}$

$=(32+8+2+0.5)_{10}=42.5$

电子科学与应用物理学院 School of Electronic Science & Applied Physics

不同数制间的转换

例2 $(121.2)_3$ 转换为二进制数

$(1)_3 \rightarrow (1)_2$ $(2)_3 \rightarrow (10)_2$ 基数$(10)_3=(11)_2$

$(121.2)_3=(1\times10^2+2\times10^1+1\times10^0+2\times10^{-1})_3$

$=(1\times11^2+10\times11^1+1\times11^0+10\times11^{-1})_2$

$=(1001+110+1+0.101010\ldots)_2$

$=(10000.101010\ldots)_2$

注：此种转换方法一般要求β进制的运算要熟悉

电子科学与应用物理学院 School of Electronic Science & Applied Physics

不同数制间的转换

基数乘除法： $(N)_\alpha \longrightarrow (N)_\beta$

与多项式替代法不同点：

- 转换计算是在α进制中进行，与多项式替代法正好相反的过程
- 整数转换与小数转换的方法不同
  - 整数：基数除法
  - 小数：基数乘法

1. 整数转换（基数除法）

将被转换的α进制数，在α进制运算规则下除以β进制的基数(以α进制表示)，得到的余数用β进制的数字符号代替，即得转换后的最低位，然后再将商以同样方法求得次低位，以此类推直到商为零为止。

电子科学与应用物理学院 School of Electronic Science & Applied Physics

不同数制间的转换

例 1 $(2803)_{10}=(?)_{16}$

	余数	转成16进制
16 | 2803	3	3
16 | 175	15	F
16 | 10	10	A
0		

结果： $(2803)_{10}=(AF3)_{16}$

电子科学与应用物理学院 School of Electronic Science & Applied Physics

不同数制间的转换

例 2 $(35)_{10}=(?)_2$

	余数	转成2进制
2 | 35	1	1
2 | 17	1	1
2 | 8	0	0
2 | 4	0	0
2 | 2	0	0
2 | 1	1	1
0		

结果： $(35)_{10}=(100011)_2$

电子科学与应用物理学院 School of Electronic Science & Applied Physics

不同数制间的转换

1. 小数转换（基数乘法）

前面的例子： $(101010.1)_2=(42.5)_{10}$

$(121.2)_3=(10000.101010\ldots)_2$

小数与整数转换的差别：有时不能精确转换

例如： $(0.1)_3=(0.33333\ldots)_{10}$

$(N)_\alpha \rightarrow (N)_\beta$ 小数位数的确定：

$$k\frac{\log_{10}(\alpha)}{\log_{10}(\beta)} \le j \le k\frac{\log_{10}(\alpha)}{\log_{10}(\beta)}+1$$

k - α进制小数位

j - β进制小数位

不同数制间的转换

转换方法：　$(N)_\alpha \longrightarrow (N)_\beta$

将被转换的α进制数，在α进制运算规则下乘以β进制的基数(以α进制表示)，取出结果的整数位用β进制的数字符号代替，即得转换后的最高位，然后再对取过整数位的小数部分，以同样方法求得次高位，以此类推直到满足转换位数要求止。

例 1 $(0.4321)_{10}=(?)_{16}$ (取四位小数)

	整数	转成16进制
$16\times(0.4321)=6.9136$	6	6
$16\times(0.9136)=14.6176$	14	E
$16\times(0.6176)=9.8816$	9	9
$16\times(0.8816)=14.1056$	14	E

结果：$(0.4321)_{10}\approx(0.6E9E)_{16}$

不同数制间的转换

例 2　$(0.1285)_{10}=(?)_4$ (取五位小数)

	整数	转成4进制
0.1285 × 4 = 0.5140	0	0
0.5140 × 4 = 2.0560	2	2
0.0560 × 4 = 0.2240	0	0
0.2240 × 4 = 0.8960	0	0
0.8960 × 4 = 3.5840	3	3

结果：

$(0.1285)_{10}$

$\approx(0.02003)_4$

不同数制间的转换

任意两种进位制之间的转换

$(N)_\alpha \longrightarrow (N)_\beta$

- β进制的运算规则熟悉，用多项式替代法
- α进制的运算规则熟悉，用基数乘除法
- 两种进制的运算规都不熟悉，引入十进制为桥梁，同时采用以上两种方法

即：

$$(N)_\alpha \xrightarrow{\text{多项式替代法}} (N)_{10} \xrightarrow{\text{基数乘除法}} (N)_\beta$$

不同数制间的转换

例如：$(1023.23)_4=(?)_5$

$$N=1\times4^3+0\times4^2+2\times4^1+3\times4^0+2\times4^{-1}+3\times4^{-2}+1\times4^{-3}$$
$$=64+8+3+0.5+0.1875+0.015625=75.703125$$

5 ⌊75	0
5 ⌊15	0
5 ⌊3	3
0	

0.703125 × 5 = $\boxed{3}$.515625

0.515625 × 5 = $\boxed{2}$.578125

0.578125 × 5 = $\boxed{2}$.890625

0.890625 × 5 = $\boxed{4}$.453125

$(1023.23)_4=(75.703125)_{10}$

$=(300.3224)_5$

不同数制间的转换

基数为 2^k进制之间的转换

设：　$(N)_2=a_{n-1}2^{n-1}+\ldots+a_3 2^3+a_2 2^2+a_1 2^1+a_0 2^0$

　　$(N)_8=b_{m-1}8^{m-1}+\ldots+b_1 8^1+b_0 8^0$

∵　$(N)_2=(N)_8$　两边同除以 8， 商和余数分别相等

余数相等：　$a_2 2^2+a_1 2^1+a_0 2^0=b_0$

商相等：　$a_{n-1}2^{n-4}+\ldots+a_6 2^3+a_5 2^2+a_4 2^1+a_3 2^0$

$=b_{m-1}8^{m-2}+\ldots+b_2 8^1+b_1 8^0$

$a_5 2^2+a_4 2^1+a_3 2^0=b_1$

⋮

由此可得二进制的三位对应八进制一位

不同数制间的转换

一般有 2^k进制一位对应二进制k位

例如：$(AF.16C)_{16}=(?)_8$

　A　F . 1　6　C

010101111.000101101100

　2　5　7 . 0　5　5　4

$(AF.16C)_{16}=(257.0554)_8$

电子科学与应用物理学院
School of Electronic Science & Applied Physics

习 题

本章习题 P.17(1.4,1.6,1.9)